

Prof. dr hab. inż. Dariusz Łydźba
Wydział Budownictwa Lądowego i Wodnego
Politechnika Wrocławska

**Recenzja rozprawy doktorskiej mgr inż. Kamila Krystiana Bieńka
„Anisotropy of composite material properties induced by
microstructure morphology – micromechanical and numerical
modeling in non-linear regime”**

Podstawa opracowania recenzji: pismo Prof. dr hab. inż. Zbigniewa Ranachowskiego, Sekretarza Rady Naukowej Instytutu Podstawowych Problemów Techniki PAN; pismo datowane 19.12.2025, odebrane 12.01.2026.

1. Uwagi ogólne

Recenzowana rozprawa poświęcona jest zagadnieniu modelowania makroskopowych właściwości materiałów kompozytowych w zakresie ich odpowiedzi liniowej (termo-sprężystej) oraz nieliniowej (sprężysto-plastycznej oraz sprężysto-lepkoplastycznej). Analizowane są materiały kompozytowe o określonej konfiguracji morfologicznej, tj. składające się z matrycy/osnowy oraz zanurzonych w niej kulistych wtrąceń. Uwzględniany jest udział frakcyjny oraz topologiczna konfiguracja składników – przestrzenny rozkład wtrąceń. W pracy, w sposób systematyczny, przeanalizowano trzy systemy przestrzennego uporządkowania składników tj.: sieć kubiczna prosta – jednakowe wtrącenia kuliste rozmieszczone w węzłach regularnej siatki sześcienniej (w pracy oznaczany jako RC – Regular Cubic), sieć kubiczna przestrzennie centrowana – wtrącenia rozmieszczone są w wierzchołkach i w środku każdego sześcianu (BCC – Body-Centred Cubic), sieć kubiczna ściennie centrowana – wtrącenia rozmieszczone są w wierzchołkach i w środku każdej ściany sześcianu (FCC – Face-Centred Cubic).

W celu oceny makroskopowej odpowiedzi analizowanego kompozytu, w zakresie zachowania nieliniowego, sformułowano schemat aproksymacyjny bazujący na modelu klastra zaproponowanym przez Molinariego i El-Moudena a przeznaczonym pierwotnie wyłącznie do oceny makroskopowych właściwości sprężystości. Podjęto się więc próby jego istotnego, naukowo uzasadnionego, rozszerzenia na przypadek kompozytów podlegających nie tylko odkształceniom sprężystym, lecz także sprężysto-plastycznym oraz sprężysto-lepkoplastycznym. Uzyskane, z wykorzystaniem schematu aproksymacyjnego klastra, estymatory makroskopowych odpowiedzi zostały następnie zweryfikowane przez sekwencję obliczeń numerycznych MES zrealizowanych dla pojedynczej komórki periodyczności reprezentującej kubiczne układy przestrzennego rozmieszczenia składników analizowanego kompozytu.

Zagadnienie predykcji makroskopowej odpowiedzi mikro-niejednorodnego materiału w zakresie zachowania nieliniowego jest, pod względem naukowym, zagadnieniem trudnym i złożonym. Główna trudność wynika z faktu, że do idealnego opisu makroskopowego zachowania ośrodka mikro-niejednorodnego podlegającego odkształceniom nieodwracalnym konieczna jest znajomość pełnego rozkładu pola mikro-odkształceń plastycznych, tj. nieskończonej liczby zmiennych mikrostrukturalnych. Makroskopowa manifestacja tego pola jest wygładzona co często umożliwia, dla określonych związków konstytutywnych oraz morfologii i topologii mikrostruktury, zastosowanie w metodach analitycznych mikro-mechaniki istotnych uproszczeń, przy zachowaniu zadawalającej jakości predykcji.

Rozważany w dysertacji doktorskiej problem, tj. zastosowanie metody klastra do opisu makroskopowej odpowiedzi kompozytu o morfologii osnowa-kuliste wtrącenia, jest interesujący, aktualny i trudny. Ujęcie zagadnienia przedstawiono w siedmiu rozdziałach. W pierwszym rozdziale, stanowiącym wprowadzenie, dokonano przeglądu literatury dotyczącej stosowanych metod mikro-mechaniki w zakresie modelowania liniowego i nieliniowego oraz sformułowano cel i zakres rozprawy. Kolejne cztery rozdziały prezentują oryginalne analizy i wyniki autora uzyskane przy zastosowaniu metody klastra, tj.: przywołano pierwotne sformułowanie metody klastra dla liniowej termo-sprężystości dla której następnie przeanalizowano efekt wielkości klastra na wartości estymatorów właściwości makroskopowych, zaproponowano sformułowania metody klastra na zakresy: sprężysto-plastyczny oraz sprężysto-lepkoplastyczny. Uzyskane predykcje makroskopowej odpowiedzi, w zakresie liniowym jak i nieliniowym, zweryfikowano metodą numerycznej homogenizacji MES dla pojedynczej komórki periodyczności. Estymator wartości makroskopowego modułu Younga, uzyskany metodą klastra dla trzech analizowanych topologicznych konfiguracji sześciennych zweryfikowano eksperymentalnie na próbkach otrzymanych z druku 3D. W rozdziale bezpośrednio poprzedzającym podsumowanie pracy zaproponowano pewne autorskie rozważania dotyczące miary mikrostruktury.

Cała praca wraz ze spisem treści, wykazem symboli i oznaczeń oraz spisem literatury (97 pozycji) liczy łącznie 110 stron. Praca napisana jest w języku angielskim.

2. Treść pracy

Obecnie omówię krytycznie treść pracy.

Rozdział 1 W rozdziale autor uzasadnia podjęcia się tematu badawczego a następnie, w bardzo skondensowany sposób, dokonuje przeglądu literatury związanej z modelowaniem właściwości kompozytów narzędziami mikro-mechaniki. Przegląd rozpoczyna od omówienia podstawowych analitycznych schematów aproksymacyjnych bazujących na rozwiązaniu Eshelby'ego pojedynczego elipsoidalnego wtrącenia „zanurzonego” w odpowiednio zdefiniowanej matrycy. Wyszczególnia, między innymi, modele: Mori-Tanaki, samozgodny, uogólniony samozgodny, oraz różnicowy i przyrostowy. Schematy te wykorzystują tylko podstawowe informacje strukturalne, tj.: udział frakcyjny wtrąceń oraz kształt wtrąceń. Wymienia następnie modele mikromechaniczne które uwzględniają w predykcji odpowiedzi makroskopowej przestrzenne uporządkowanie wtrąceń kulistych w siatce regularnej, np. rozważania: Rayleigha, Kellera, Nemat-Nassera oraz te uwzględniające przestrzenne uporządkowanie opisane funkcją

prawdopodobieństwa 2-punktowego – praca Ponte Castaneda i Willisa oraz równoważne estymatory zaproponowane przez Hori i Nemat-Nassera, Kanauna i Levina, jak również Sevastianova. Kolejna grupa metod analitycznych, wyszczególniona w przeglądzie, to tzw. schematy morfologicznej reprezentacji mikrostruktury - oryginalnie zaproponowane przez Bornerta a numerycznie zweryfikowane, między innymi, przez Majewskiego. Przegląd autor kończy ze schematem aproksymacyjnym zwanym modelem klastra, zaproponowanym w 1996 przez Molinari i El Mouden, który uwzględnia, poza oddziaływaniem między wtrąceniem a osnową, również oddziaływania między poszczególnymi parami wtrąceń występujących w reprezentatywnym klastrze mikrostruktury ośrodka. Rozwój tego modelu, jego modyfikacja w zakresie odpowiedzi sprężysto-plastycznej oraz sprężysto-lepkoplastycznej są celem niniejszej rozprawy doktorskiej.

W podsumowaniu tego rozdziału autor formułuje cel oraz zakres pracy. Celem pracy są więc:

- modyfikacja mikromechanicznego modelu klastra w zakresie odpowiedzi sprężysto-plastycznej oraz sprężysto-lepkoplastycznej oraz jego weryfikacja metodą numerycznej homogenizacji,
- opracowanie procedury optymalizacji mikrostruktury ośrodka w celu uzyskania zadanych właściwości makroskopowych.

Rozdział napisany jest zwięźle i jasno. Nie mam uwag krytycznych.

Rozdział 2 stanowi wprowadzenie do metody klastra poprzez przywołanie jej sformułowania dla kompozytów opisanych związkami termosprężystości. Kluczowym elementem tej metody, odróżniającym ją od metody Mori-Tanaki, jest sposób definiowania tensora lokalizacji odkształcenia. W definicji tego tensora, poza tensorem polaryzacji, występuje dodatkowo tensor oddziaływań reprezentujący sumaryczny wpływ poszczególnych wtrąceń wyróżnionych w klastrze na wtrącenie centralne. Autor przywołuje analityczne zależności na składowe tego tensora dla pojedynczej pary wtrąceń kulistych. Wartości tych składowych zależą wyłącznie od stałych materiałowych sprężystości materiału osnowy, wymiaru wtrąceń oraz odległości między ich środkami. Kluczowe w stosowaniu metody klastra jest przyjęcie odpowiedniej wielkości klastra, tj. liczby wtrąceń uwzględnianych przy wyznaczaniu tensora oddziaływań.

W rozdziale autor wykonał szereg obliczeń parametrycznych celem przedstawienia jakości otrzymanych predykcji właściwości makroskopowych termosprężystości w funkcji wielkości klastra, dla trzech analizowanych w dysertacji mikrostruktur deterministycznych jak również mikrostruktury losowej. Ponadto, dla klastra zbudowanego z 40-tu pojedynczych komórek periodyczności przedstawił, otrzymane z wykorzystaniem pakietu Mathematica, analityczne zależności dla składowych tensora oddziaływań, dla trzech wyróżnionych w pracy sieci kubicznych. Przedstawione wyniki analiz parametrycznych są bardzo cenne i mogą być bezpośrednio wykorzystane w zastosowaniach

Jest to bardzo ważny rozdział, szczególnie dla osób, które dotychczas nie znały/ nie korzystały z metody klastra. Uwagi krytyczne dotyczą w zasadzie tylko prezentacji. W dysertacji zależność (2.5) na tensor lokalizacji odkształcenia autor przywołuje - przynajmniej takie odnosi się wrażenie - za pracą Kowalczyk-Gajewska et.al. (2021). Niestety nie jest ona tożsama z zależnością przedstawioną w cytowanym artykule. Ewidentnie, w wzorze (2.5) niepoprawnie użyte są nawiasy - jest ich za mało i nie są w odpowiednich miejscach. W konsekwencji składniki sumy

mają różne jednostki, a powinny być bezwymiarowe. Analogiczny problem dotyczy zależności (2.55) która, najprawdopodobniej została uzyskana metodą kopiuj-wklej z zależności (2.5). Kolejna uwaga dotyczy - tym razem poprawnych - zależności na składowe tensora oddziaływania dla pojedynczej pary wtrąceń. Autor podaje ich analityczną postać (zależności (2.16) - (2.22)) jednak nie podaje odpowiedniego źródła literaturowego, z którego zostały zaczerpnięte. Ponadto są one sformułowane w lokalnym układzie współrzędnych, którego nie przedstawiono na Rys. 2.3. Oczywiście z przedstawionych związków (2.16) - (2.22) oraz zasad symetrii można, odtworzyć jaki jest lokalny układ współrzędnych, ale utrudnia to śledzenie pracy. Podobnie autor nie przywołuje żadnych referencji dla zależności na tensor polaryzacji (związki (2.31) i (2.32)). Do tego momentu jedyna wzmianka o tym tensorze pojawia się przy wyjaśnieniu oznaczeń w zależności (2.5), gdzie autor jedynie lakonicznie stwierdza, że jest to tensor polaryzacji. W zrealizowanych obliczeniach dla mikrostruktur losowych przedstawione informacje są - zdaniem recenzenta – niewystarczające. Autor ogranicza się do stwierdzenia, że generowano mikrostruktury zawierające 5,10,100 lub 1000 losowo rozmieszczonych wtrąceń w pojedynczym klastrze, nie podając jednak zasad ich generowania. W szczególności nie wiadomo czy zachowano statystyczną jednorodność ośrodka, co w przypadku 1000 wtrąceń ma istotne znaczenie. Zastanawiające jest również – co zauważa sam autor - brak redukcji wartości odchylenia standardowego wraz ze wzrostem liczby wtrąceń w klastrze. Przeciwnie najmniejsza wartość stowarzyszona jest z klastrem z 5 wtrąceniami. Ostatnia uwaga dotyczy analizy - przeprowadzonej przez autora - wpływu wzajemnej odległości w pojedynczej parze wtrąceń na wartości składowych tensora oddziaływania. Uzyskany w pracy wniosek, że dla odległości przekraczającej 4-5 średnic kulistego wtrącenia wpływ ten staje się znikomy, może sugerować, iż wielkość klastra nie musi być duża. Niestety, w przypadku ośrodka statystycznie jednorodnego, wraz ze wzrostem odległości od wtrącenia centralnego rośnie liczba wtrąceń tworzących z nim pary oddziaływań. Tensor oddziaływań dla klastra stanowi sumę wkładów pochodzących od wszystkich takich par. W konsekwencji, mimo że oddziaływanie pojedynczej pary maleje wraz odległością, całkowity wkład od dalszych wtrąceń nie musi zanikać, gdyż liczba tych par istotnie wzrasta.

Podsumowując, ten bardzo istotny dla zrozumienia i oceny właściwości metody klastra rozdział został niepotrzebnie zbyt skondensowany, a miejscami wręcz lakoniczny, co – przynajmniej z perspektywy recenzenta mającego pierwszy raz możliwość pełniejszego zaznajomienia się z metodą klastra – istotnie utrudniło śledzenia toku wywodu.

Rozdział 3 poświęcony jest weryfikacji poprawności oraz jakości makroskopowych właściwości termosprężystych uzyskanych metodą klastra. Weryfikację przeprowadzono z wykorzystaniem homogenizacji numerycznej, jak i na drodze eksperymentalnej z wykorzystaniem próbek otrzymanych techniką druku 3D.

Homogenizacja numeryczna zastosowana w niniejszej pracy, ze względu na analizę struktur periodycznych: sieć kubiczna prosta RC, sieć kubiczna przestrzennie centrowana BCC oraz sieć kubiczna ściennie centrowana FCC, polegała na rozwiązaniu numerycznym zagadnienia brzegowego sformułowanego dla podstawowej komórki periodyczności z periodycznymi warunkami brzegowymi. W obliczeniach wykorzystano MES. Autor poprawnie przeprowadził analizę zbieżności MES, stosując elementy czworościenne czterowęzłowe oraz dziesięciowęzłowe.

Obliczenia wykonano dla różnych wartości udziału frakcyjnego wtrąceń oraz dla dwóch skrajnych przypadków ich właściwości (wtrącenia ultra-twarde i ultra-miękkie względem osnowy). W zakresie udziałów frakcyjnych do 40% uzyskano bardzo wysoką zgodność wyników metody klastra z rezultatami homogenizacji numerycznej. Przeprowadzone badania eksperymentalne potwierdziły tę zgodność w sensie jakościowym.

Ważnym elementem tego rozdziału są rozważania dotyczące optymalizacji mikrostruktury w celu uzyskania zadanych właściwości makroskopowych. Autor przyjął udział frakcyjny wtrąceń jako zmienną optymalizacyjną, a funkcję celu zdefiniował jako ważoną sumę miar kwadratowych odnoszących się do wybranych właściwości efektywnych kompozytu.

Rozdział oceniam jako przejrzysty, poprawny merytorycznie i dobrze udokumentowany - nie zgłaszam uwag krytycznych o charakterze zasadniczym. Drobną uwagę kieruję do sposobu prezentacji wyników na rysunkach 3.19a oraz 3.19b. W legendzie zastosowano trzy kolory odpowiadające struktutom RC, BCC i FCC, podczas gdy na wykresach widoczna jest wyłącznie jedna krzywa (oznaczona kolorem zielonym). Można wnioskować, że wyniki dla wszystkich trzech struktur pokrywają się, jednak sposób prezentacji nie jest jednoznaczny. W celu poprawy czytelności wskazane byłoby zastosowanie jednej krzywej z odpowiednim opisem w legendzie obejmującym wszystkie analizowane struktury.

Rozdział 4 poświęcony jest sformułowaniu metody klastra adekwatnej do oceny makroskopowej odpowiedzi materiału kompozytowego podlegającego deformacjom sprężysto-plastycznym. Trudność rozszerzenia metody klastra, należącej do klasy modeli średniego pola, na zachowanie nieliniowe wynika z faktu, że podczas deformacji plastycznych pierwotnie jednorodny i izotropowy składnik kompozytu, charakteryzując: niejednorodne pole odkształcenia, niejednorodne pole stycznych modułów plastyczności oraz dodatkowo ich kierunkowa zależność. Konieczne jest więc ujednoczenie pola stycznych modułów plastyczności w obrębie składnika poprzez wprowadzenie odpowiednio zdefiniowanych wartości zastępczych, wciąż będących funkcją czasu procesu. Ponadto, ponieważ oryginalne sformułowanie metody klastra zakłada izotropię składników, kierunkowa zależność modułów nie jest wskazana, należy je zastąpić ich izotropową miarą.

Autor wyróżnia trzy etapy „konstruowania” parametrów modelu klastra dla kompozytów sprężysto-plastycznych, tj.:

- (1) linearyzację – sformułowanie przyrostowych związków konstytutywnych ze stycznymi modułami plastyczności,
- (2) ujednoczenie – dobór zastępczych modułów dla całego składnika,
- (3) izotropizacja – narzucenie właściwości izotropowych tym modułom.

Do wyznaczenia zastępczych stycznych modułów plastyczności autor wykorzystuje dwie miary: pierwszą opartą na średniej wartości tensorowego pola naprężenia w składniku (tzw. pierwszy moment) oraz drugą, stanowiącą średnią wartość drugiego niezmiennika dewiatora naprężenia (tzw. drugi moment).

Analizy makroskopowego zachowania przeprowadzono dla dwuskładnikowego kompozytu z osnową opisaną funkcją plastyczności typu J_2 ze wzmocnieniem izotropowym oraz sprężystymi, kulistymi wtrąceniami. Rozważono również przypadek z cylindrycznymi pustkami zamiast wtrąceń. Analogicznie jak we wcześniejszych

rozdziałach rozważane są przestrzenne struktury kubiczne: RC, BCC oraz FCC. Wyniki uzyskane metodą klastra porównano z rezultatami homogenizacji numerycznej MES, uzyskując zadawalającą zgodność, dla udziałów frakcyjnych wtrąceń do 40%.

Podobnie jak w rozdziale poprzednim zaproponowano procedurę optymalizacyjną dla kompozytów sprężysto-plastycznym. Zmienną optymalizacyjną pozostaje udział frakcyjny wtrąceń, natomiast funkcja celu została wzbogacona, w stosunku do zagadnienia termosprężystego, o miarę opisującą makroskopową wytrzymałość kompozytu.

Jest to bardzo wartościowy rozdział ocenianej pracy. Dokonana przez autora modyfikacja metody klastra na zakres sprężysto-plastyczny stanowi istotne osiągnięcie naukowe. Weryfikacja z wykorzystaniem homogenizacji numerycznej potwierdza skuteczność tej metody do oceny odpowiedzi makroskopowej kompozytów dwuskładnikowych o kubicznej strukturze uporządkowania przestrzennego.

Rozdział został napisany starannie i w sposób klarowny. Nie mam merytorycznych uwag krytycznych. Zauważony błąd edycyjny dotyczy zależności (4.41) – w ostatnim członie tej zależności, w mianowniku, powinno być α_m zamiast α_i , o czym świadczą wykresy na rysunkach 4.18.

Rozdział 5 poświęcono sformułowaniu metody klastra adekwatnej do oceny makroskopowej odpowiedzi materiału kompozytowego podlegającego deformacjom sprężysto-lepkoplastycznym. Podobnie jak w przypadku kompozytu sprężysto-plastycznego wykorzystywane są procedury linearyzacji, ujednolicenia oraz izotropizacji.

Nowym elementem, w porównaniu z analizą sprężysto-plastyczną, jest zależność prędkości odkształcenia od naprężenia w zlinearyzowanym związku konstytutywnym. Metodę klastra dla sprężysto-lepkoplastyczności otrzymano, postulując addytywność oddziaływań sprężystych i lepkoplastycznych.

Zaproponowana przez autora procedura modyfikacji metody klastra jest analogiczna do podejścia przedstawionego w pracy Kowalczyk-Gajewska et.al. (2021). W niniejszej dysertacji przyjęto opis lepkoplastyczności opisany modelem Perzyny, natomiast w pracy Kowalczyk-Gajewska et. al. (2021) zastosowano prawo płynięcia Nortona. Zastosowanie modelu Perzyny wymagało dodatkowo wprowadzenia procedury izotropizacji do modułu lepkoplastycznego.

Ponownie przeanalizowano kompozyty o kubicznym uporządkowaniu wtrąceń. Wyniki uzyskane metodą klastra porównano z wynikami homogenizacji numerycznej MES. Wskazują one dużą wrażliwość predykcji uzyskanych odpowiedzi makroskopowych od zastosowanej procedury izotropizacji. Przeprowadzone analizy pokazują, że model klastra dla sprężysto-lepkoplastyczności wymaga dalszych badań, szczególnie w zakresie procedury izotropizacji.

Rozdział został napisany w sposób przejrzysty a przedstawione wyniki nie budzą wątpliwości. Są one oryginalnym osiągnięciem naukowym autora. Nie zgłaszam uwag merytorycznych. Pewna uwaga dotyczy jedynie warstwy prezentacyjnej. Prowadzone rozważania, stosowana notacja oraz ich układ są w znacznym stopniu zbieżne z podejściem przedstawionym w pracy Kowalczyk-Gajewska et al. (2021). Takie rozwiązanie jest w pełni uzasadnione, jednak miejscami prowadzi do drobnych niespójności w stosunku do notacji przyjętej w poprzednich rozdziałach dysertacji. W szczególności odnosi się to do zapisu części dewiatorowej naprężenia - wcześniej

stosowano klasyczne oznaczenie z górnym indeksem σ^D , natomiast w niniejszym rozdziale użyto oznaczenia s . Dla zachowania pełnej spójności pracy notacja powinna być ujednolicona.

W Rozdziale 6 autor proponuje geometryczną miarę mikrostruktury przeznaczoną do analizy kompozytów o kubicznym, przestrzennym uporządkowaniu wtrąceń. Miara ta polega na kierunkowej analizie rozkładu udziału frakcyjnego wtrąceń. Dla zadanego kierunku wprowadza się układ linii testowych równoległych do tego kierunku, a następnie dla każdej z nich wyznacza się liniowy udział frakcyjny wtrąceń. Uzyskane wartości udziału frakcyjnego są następnie porządkowane malejąco, co prowadzi do konstrukcji charakterystyki opisującej rozkład wtrąceń w badanym materiale. Lokalizacja linii testowych została przyjęta jako losowa. Zaproponowana miara wykazuje wrażliwość na kierunkowe uporządkowanie mikrostruktury, co jest zgodne z charakterem analizowanych układów kubicznych. Autor wskazuje ponadto, że umożliwia ona rozróżnienie pomiędzy strukturami typu RC i BCC, co należy uznać za jej istotną zaletę poznawczą. W dalszej części rozdziału autor podejmuje próbę oceny możliwości występowania mikrowyboczeń w kompozycie porowatym o kubicznym uporządkowaniu sferycznych porów. Analiza ta ma charakter silnie uproszczony i prowadzi — przy szeregu założeń idealizujących — do klasycznego wzoru Eulera na siłę krytyczną wyboczenia sprężystego pręta o obu końcach utwierdzonych. W wyniku tej analizy wnioskuje, że wykonane w poprzednich rozdziałach predykcje makroskopowej odpowiedzi ośrodków porowatych, z porowatością do 40%, były poprawne w sensie, że w mikrostrukturze nie powinny zachodzić zjawiska mikro-wyboczeń.

Rozdział jest napisany w sposób bardzo klarowny i logicznie uporządkowany, co ułatwia śledzenie toku rozumowania autora. Uwaga merytoryczna dotyczy przedstawionej analizy mikrowyboczenia. Autor przyjął w tym zakresie daleko idące uproszczenia modelowe, w wyniku czego przedstawiona analiza ma charakter wstępny i silnie przybliżony. W obecnej formie powinna być ona traktowana jedynie jako argument wspierający, a nie rozstrzygający w odniesieniu do możliwości występowania mikrowyboczeń w analizowanych strukturach. W szczególności zasadne byłoby uzupełnienie jej o bardziej zaawansowane modele numeryczne — zjawisko wyboczeń plastycznych, konieczna jest również analiza możliwości wystąpienia mechanizmu mikro-wyboczenia w kolekcji komórek periodyczności. W tym kontekście celowe byłoby skorzystanie z klasycznej pracy dotyczącej niestabilności w materiałach mikroniejednorodnych - pracy S. Muller (*Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 1987).

3. Ocena pracy

Recenzowana rozprawa podejmuje istotne, aktualne i zarazem wysoce wymagające zagadnienie predykcji makroskopowej odpowiedzi materiałów kompozytowych z wykorzystaniem metod analitycznej mikromechaniki. Doktorant zdecydował się oprzeć swoje rozważania na jednej z metod średniego pola — metodzie klastra, pierwotnie sformułowanej do opisu liniowych odpowiedzi kompozytów. Metoda ta stanowi metodologicznie znaczące rozszerzenie powszechnie stosowanego

podejścia Mori–Tanaki, bazującego na rozwiązaniu problemu pojedynczego elipsoidalnego wtrącenia zanurzonego w nieskończonym, jednorodnym ośrodku. Tym razem, w strukturze kompozytu wyróżniony jest klaster który, w ogólności, tworzą rodziny elipsoidalnych wtrąceń zanurzone w osnowie. W celu dokonania oceny odpowiedzi makroskopowej konieczne jest określenie tensorów oddziaływania między parami wtrąceń danej rodziny, gdzie poszczególne pary tworzą: wtrącenie centralne w klastrze z każdym z pozostałych wtrąceń rodziny. W pracy zaproponowano i sformułowano istotne naukowo rozszerzenia metody klastra na przypadki materiałów o właściwościach sprężysto-plastycznych oraz sprężysto-lepkoplastycznych. Zaproponowane schematy zostały następnie wykorzystane do analizy odpowiedzi makroskopowych trzech typów kompozytów o kubicznym uporządkowaniu przestrzennym wtrąceń kulistych. Uzyskane metodą klastra predykcje makroskopowej odpowiedzi zweryfikowane zostały sekwencją obliczeń homogenizacji numerycznej MES.

Przedstawione w rozprawie rozważania teoretyczne i analityczne, uzupełnione o symulacje numeryczne oraz analizy porównawcze, stanowią oryginalne osiągnięcie naukowe Autora. Do oryginalnych i wartościowych elementów pracy należy również zaliczyć wyprowadzone – z wykorzystaniem pakietu Mathematica – analityczne zależności na tensory oddziaływania dla klastra utworzonego przez jedną rodzinę wtrąceń kulistych o trzech różnych typach kubicznego uporządkowania przestrzennego. Na podkreślenie zasługują również zaproponowane przez Autora schematy optymalizacyjne dla analizowanych struktur kompozytowych, które stanowią cenny wkład o charakterze aplikacyjnym.

Uzyskane wyniki oraz sformułowane wnioski stanowią oryginalne rozwiązanie problemu naukowego w dyscyplinie inżynieria mechaniczna. Recenzowana rozprawa potwierdza ponadto szeroką wiedzę Autora w tym obszarze oraz Jego przygotowanie do samodzielnego prowadzenia badań naukowych.

Uwagi krytyczne sformułowane w trakcie szczegółowej analizy pracy mają charakter uzupełniający i wskazują raczej na pewien niedosyt w zakresie prezentacji wybranych zagadnień. Nie wpływają one jednak na ocenę merytoryczną rozprawy ani na zasadność pozytywnej oceny końcowej.

4. Wniosek końcowy

Uważam, że oceniana rozprawa doktorska spełnia wymogi Ustawy (Dz.U. z 2018 r., poz. 1668) i wnioskuję o dopuszczenie mgr inż. Kamila Krystiana Bieńka do publicznej obrony rozprawy doktorskiej pt.” Anisotropy of composite material properties induced by microstructure morphology – micromechanical and numerical modelling in non-linear regime”.